

Matemática Discreta I Examen Final - 20 de agosto de 2020

Importante

Justificá todas tus respuestas. No podés usar calculadora, computadora, tablet o celular. Copiá todos los enunciados en hojas de papel (o imprimilos). No podés verlos desde tu celular o computadora durante el examen. Para aprobar deberás tener al menos 50 pts. en el total, al menos 10 pts. en la parte teórica y al menos 35 pts. en la parte práctica. Escribir con birome o lapicera. Al finalizar:

En cada hoja que entregues escribí, en forma clara y completa, tu nombre y apellido. Recordá que también tenés que agregar una hoja con la leyenda Por la presente declaro que la resolución de este examen es obra de mi exclusiva autoría y respetando las pautas y criterios fijados en los enunciados. Asimismo declaro conocer el régimen de infracción de los estudiantes cuyo texto ordenado se encuentra en el apéndice de la Res. Rec. 1554/2018 . Tomá fotos de todas las hojas con el celular (o escanea las hojas) y luego hacé un solo pdf con todas las hojas. Debés verificar que el documento esté en el sentido correcto y que su calidad permita que sea leído y corregido. Subí el archivo pdf en el apartado Tu Trabajo - Añadir o crear . Una vez subido el archivo, presioná Entregar .

Preguntas

Las preguntas sobre el enunciado podés hacerlas en Comentarios privados . Preguntas relacionadas con el desarrollo del ejercicio podés hacerlas en Comentarios privados .

Parte Teórica (30 pts.)

1. (10 pts.) Definición de árbol.

2. (10 pts.) Definir a divide a b y probar que $a|b$ y $a|c$, entonces $a|b - c$.
3. (10 pts.) Sean p un número primo y x, y números enteros. Probar que si $p|xy$ entonces $p|x$ o $p|y$.

Parte Práctica (70 pts.)

4. (15 pts.) Dada la ecuación de congruencia $35x \equiv 25 \pmod{65}$,

hallar todas las soluciones en el intervalo $[5,40]$. Hacerlo con el método usado en la teórica. No usar resultados del práctico.

5. (25 pts.)

a) (10 pts.) Hallar el resto de la división de $a = 5 \cdot 7^{421} + 17 \cdot 33^{4567} - 2 \cdot 9^{164}$ por $p = 11$.

b) (5 pts.) Hallar el menor número natural n tal que $14625 \cdot n$ sea un cuadrado.

c) (10 pts.) Sea $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}_0}$ la sucesión definida recursivamente por $a_0 = 0$,

$$a_1 = 8,$$

$$a_n = 2a_{n-1} + 15a_{n-2}, \text{ para } n \geq 2.$$

Probar que $a_n = 5^n + (-1)^{n+1}3^n$ para todo $n \in \mathbb{N}_0$.

6. (16 pts.) Tenemos un mazo de cartas con 52 cartas con cuatro palos (Diamantes, Corazones, Picas y Tréboles), cada uno con cartas del 1 al 13.

a) (4 pts.) ¿De cuántas formas pueden elegirse 5 cartas? b) (4 pts.) ¿De cuántas formas puedo elegir 8 cartas tal que 3 sean picas y 5 corazones?

c) (4 pts.) Hay 4 personas y se quiere repartir 5 cartas a cada una ¿cuántas posibilidades hay?

d) (4 pts.) ¿De cuántas formas pueden repartirse todas las cartas entre dos personas de manera tal que cada persona reciba al menos 3 cartas?

3

7. (14 pts.)

a) Probar que los siguientes grafos no son isomorfos.

a

6 5
1 4

c

6 5
1 4

e

f

d

b) En el grafo de la izquierda del ítem anterior, encontrar un circuito euleriano, es

decir una caminata euleriana que comienza y termina en un mismo vértice.

Ejercicios para alumnos libres (Cada ejercicio mal hecho o no resuelto descuenta 10 pts.)

1. Calcular el máximo común divisor (885,600) y encontrar enteros $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que, $(885,600) = s885 + t600$ 2. Expresar el número

$(36147)_8$ en base 5.